<table>
<tr><td colspan="6">ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STAVEBNÍ - OBOR GEODÉZIE A KARTOGRAFIE
KATEDRA VYŠŠÍ GEODÉZIE</td></tr>
<tr><td colspan="6">název předmětu
VYŠŠÍ GEODÉZIE 11</td></tr>
<tr><td>číslo úlohy
4</td><td colspan="5">název úlohy
Délkové a směrové korekce v Křovákově zobrazení</td></tr>
<tr><td>školní rok
2002/03</td><td>semestr
6</td><td>skupina
64</td><td>zpracoval
Zdeněk Nejedlý</td><td>datum
17.4.2003</td><td>e-mail
rsc@email.cz</td></tr>
</table>

Zadání:

Příklad 4.1

Je dána dvojice bodů A a B svými souřadnicemi v rovině Křovákova zobrazení. Tyto body tvoří jednu stranu trojúhelníka ABC. Dále jsou dány dva úhly $\sphericalangle$ CAB a $\sphericalangle$ ABC sevřené geodetickými křivkami. Úkolem je určit z úhlů redukovaných do roviny zobrazení souřadnice bodu C protínáním vpřed. Hodnoty směrových korekcí zkontroluj porovnáním s hodnotou sférického excesu.

y_A =647 075,600 m

x_A =1 096 862,014 m

y_B =632 112,622 m

x_B =1 126 887,255 m

ω_1 =66° 25' 41.576"

ω_2 =61° 58' 55.968"

Příklad 4.2

Spočítej v několika bodech odlehlost obrazu geodetické křivky od přímých stran trojúhelníka AB, BC a CA. Trojúhelník vykresli a pomocí vypočtených odlehlostí vynes od přímých spojnic i průběh obrazů geodetických křivek spojujících vrcholy trojúhelníka. Měřítko odlehlostí zvol vhodně tak, aby byl průběh obrazů geodetických křivek patrný.

Příklad 4.3

Urči počáteční a koncový azimut geodetické křivky mezi body A a B na elipsoidu.

Příklad 4.4

Graficky zobraz závislost směrových korekcí a na azimutu (vůči ose zobrazení). Řeš pro stranu o délce s_{12}, je-li bod 1 ve vzdálenosti y_1 od osy zobrazení.

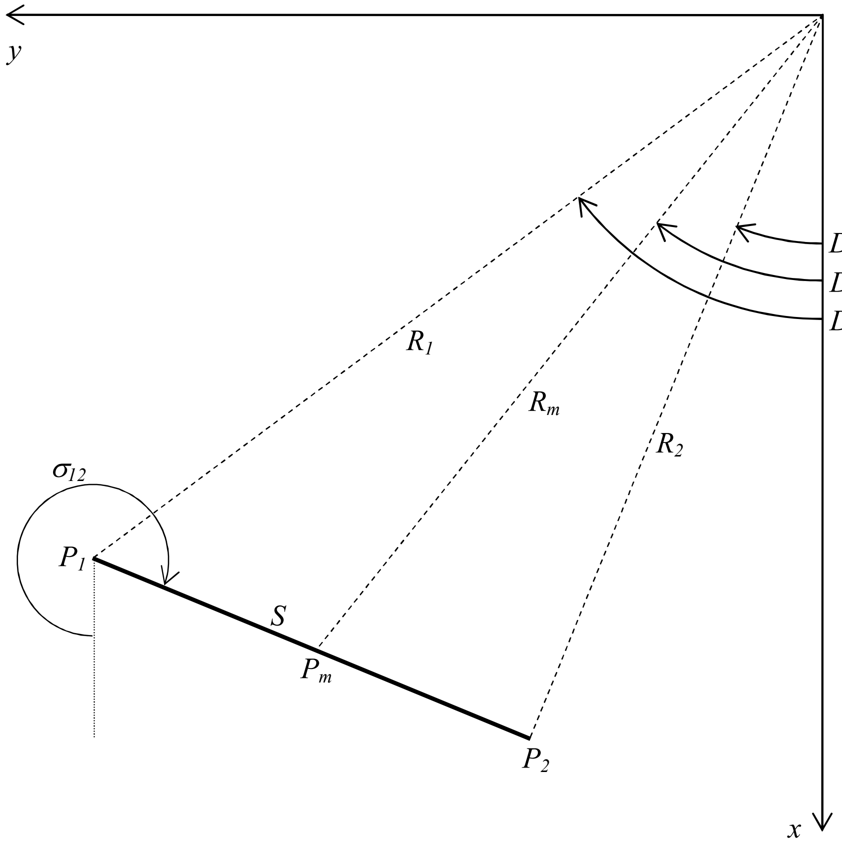
y_1 =17 660,650 m

s_{12} =22 349,416 m

Teoretické řešení:

Směrníkové korekce v Křovákově zobrazení

V případě Křovákova zobrazení vznikají směrníkové korekce převážně při konformním zobrazení koule na kužel v obecné poloze (při konformním zobrazení elipsoidu na kouli je směrníkové korekce mezi obrazem geodetické křivky a ortodromy zanedbatelná i pro nejdelší strany) kdy je můžeme vypočítat ze vztahu (1.1) a (1.2).



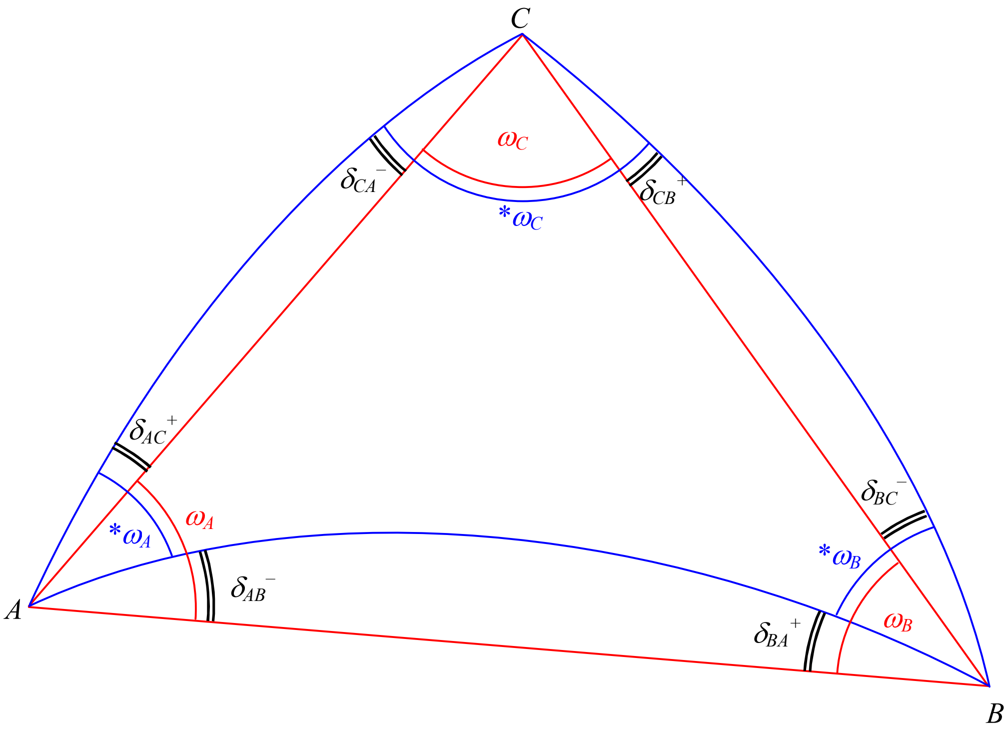
$$\delta_{12} = \rho'' \cdot \sin\left(D_2 - D_1\right) \cdot \left[2 \cdot K_1 \frac{R_2}{R_1} + K_2 \cdot \frac{R_1}{R_2}\right] + 356'' \frac{S^3}{R_m^{\ 3}} \cdot \sin\left(3\left(\sigma_{12} - D_m\right)\right) \tag{1.1}$$

$$\delta_{21} = \rho'' \cdot \sin\left(D_1 - D_2\right) \cdot \left[2 \cdot K_2 \frac{R_1}{R_2} + K_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}\right] + 356'' \frac{S^3}{R_m^{\ 3}} \cdot \sin\left(3\left(\sigma_{21} - D_m\right)\right) \tag{1.2}$$

kde: $$K_i = \frac{\sin \check{S}_0 - \sin \check{S}_i}{6 \cdot \sin \check{S}_0} \tag{1.3}$$

$\check{S}_i$ je kartografická šířka v bodě P_1 nebo P_2 (viz vzorec (3.3))
R_i je vzdálenost od počátku soustavy souřadnic k bodu $i = <1, m, 2>$
D_i je směrník od počátku soustavy souřadnic k bodu $i = <1, m, 2>$
S je délka mezi body P_1 a P_2

Úhel redukovaný do roviny Křovákova zobrazení se poté určí podle vztahu (1.4).



$$\omega_A = *\omega_A - \delta_{AC} + \delta_{AB} \tag{1.4}$$

Pro sférický exces v trojuhelníku ABC platí vztahy (1.5) a (1.6).

$$\varepsilon = \Sigma\omega - \Sigma * \omega + \Sigma\delta_L - \Sigma\delta_P \tag{1.5}$$

$$\varepsilon = \frac{P}{R^2} \tag{1.6}$$

kde: *P* je plocha sférického trojuhelníku
R je poloměr náhradní koule

Závislost směrové korekce na azimutu vůči ose zobrazení
Při znalosti y-ových souřadnic počátečního a koncového bodu geodetické křivky můžeme směrovou korekci pro libovolný azimut určit ze vzorce (1.7)

$$\delta_{12} = -\frac{S \cdot \cos A}{6} \cdot \left(2\frac{y_1\left(1 - \frac{y_1^{\,2}}{2 \cdot R^2}\right)}{R^2} + \frac{y_2\left(1 - \frac{y_2^{\,2}}{2 \cdot R^2}\right)}{R^2} \right) \tag{1.7}$$

kde: *R* je poloměr náhradní koule

Azimut v bodě geodetické křivky

Azimut se vypočte ze vzorce (2.1)

$$A_{AB} = 180° + \varepsilon - C - \delta_{AB} \tag{2.1}$$

kde: ε je směrník od počátku soustavy k bodu A (viz vzorec (3.2))
C je meridiánová konvergence (viz vzorec (3.8))
δ_{AB} je směrníkové korekce (viz vzorec (1.1))

Převod pravoúhlých souřadnic z S–JTSK na souřadnice kartografické a výpočet meridiánové konvergence

Konstanty Křovákova zobrazení:

R = 6 380 703.6105 *m*
α = 1.000 597 498 372
e^2 = 0.006674372230622
k = 0.996 592 4867
$Š_o$ = 78° 30'
U_o = 49° 27' 35.84625"
φ_o = 49° 30'

Souřadnice kartografického pólu: U_K = 59° 42' 42.69690"
V_K = 42° 31' 31.41725"

Převod probíhá podle schematu

X,Y --> ρ,ε $\longrightarrow$ Š,D --> U,V

kde: --> znamená transformaci
$\longrightarrow$ znamená zobrazení

Převod pravoúhlých souřadnic X,Y v rovině Křovákova zobrazení na souřadnice polární ρ,ε

$$\rho = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{3.1}$$

$$\varepsilon = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X} \tag{3.2}$$

Převod polárních souřadnic ρ,ε na souřadnice kartografické Š,D

$$\check{S} = 2 \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\check{S}_0}{2} + 45° \right)}{\left(\frac{\rho}{R_0} \right)^{\left(1/\sin \check{S}_0\right)}} \right) - 90° \tag{3.3}$$

$$\widehat{D} = \frac{\widehat{\varepsilon}}{\sin \check{S}_0} \tag{3.4}$$

kde: $$R_0 = 0.9999 \cdot R \cdot \operatorname{cotg}\left(\check{S}_0\right) \tag{3.5}$$

Převod kartografických souřadnic Š,D na souřadnice na referenční kouli U,V

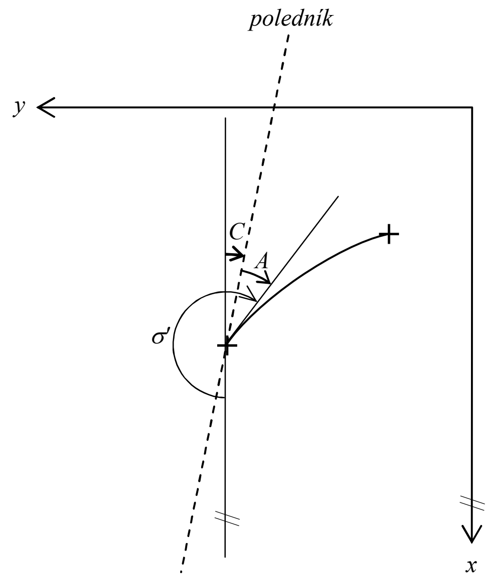
$$U = \arcsin\left(\sin \check{S} \cdot \sin U_K - \cos \check{S} \cdot \cos U_K \cdot \cos D\right) \tag{3.6}$$

$$V = V_K - \arcsin \frac{\cos \check{S} \cdot \sin D}{\cos U} \tag{3.7}$$

Výpočet meridiánové konvergence C

Jde o úhel mezi rovnoběžkou s osou *x* a místním poledníkem procházejícím bodem, pro nějž ji určujeme (úhel mezi zeměpisným a kartografickým poledníkem).

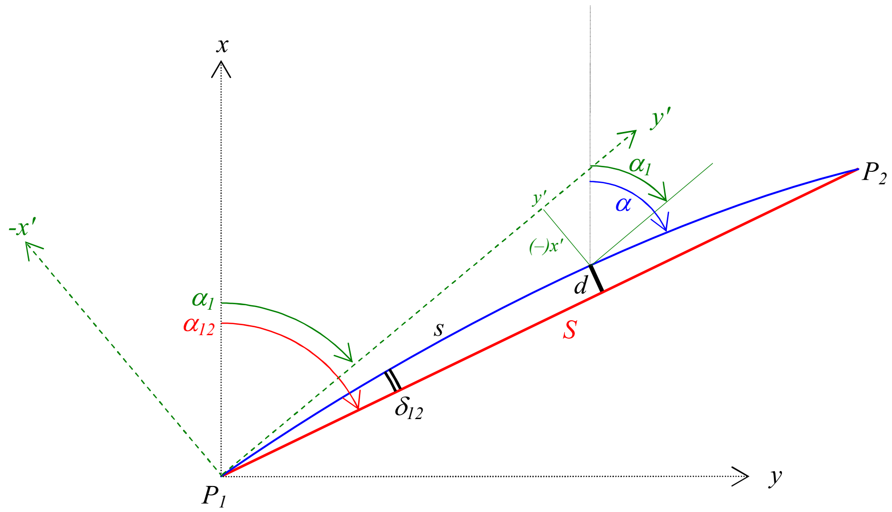
Na ose *x* má nulovou velikost. Se vzrůstající vzdáleností od osy *x* roste, takže na západním okraji *ČR* dosahuje téměř velikosti *10°*. Vypočte se podle vzorce



$$C = \varepsilon - \xi \tag{3.8}$$

kde: $$\xi = \arccos\left(\frac{\sin U_K - \sin U \cdot \sin \check{S}}{\cos U \cdot \cos \check{S}}\right) \tag{3.9}$$

Odlehlost obrazu geodetické křivky od stran trojuhelníku ABC
Odlehlost vypočteme podle vzorce (4.1)



$$d = \frac{1}{2}\Gamma \cdot (S - s)s + \frac{1}{6}\Gamma'(S^2 - s^2)s \tag{4.1}$$

kde: $$\Gamma = \frac{\sin \check{S} - \sin \check{S}_0}{\sin \check{S}_0 \cdot \rho} \cdot \sin A \tag{4.2}$$

$$\Gamma' = \frac{\sin 2A}{2 \cdot n^2 \cdot \rho^2}(1 - n^2) \tag{4.3}$$

S je délka spojnice bodů P_1 a P_2
s je vzdálenost od bodu P_1 k bodu, jehož odlehlost určujeme
ρ je vzdálenost od počátku soustavy souřadnic k bodu, jehož odlehlost určujeme
$n = \sin \check{S}_0$

Přehled výsledků:

Směrové korekce

δ_{AB} =+1.31654"
δ_{BA} =-0.86796"

δ_{AC} =+2.55706"
δ_{CA} =-3.13645"

δ_{BC} =+0.20853"
δ_{CB} =-0.35615"

Sférický exces:

ε_1 =2.94433"
ε_2 =2.94433"

Úhly redukované do roviny Křovákova zobrazení

ω_1 =66° 25' 40.33547"
ω_2 =61° 58' 57.04449"
ω_3 =51° 35' 22.62004"

Výsledné souřadnice bodu C

y_C =609 329,503 m
x_C =1 094 938,593 m

Počáteční a koncové azimuty geodetických křivek v bodech trojuhelníku ABC

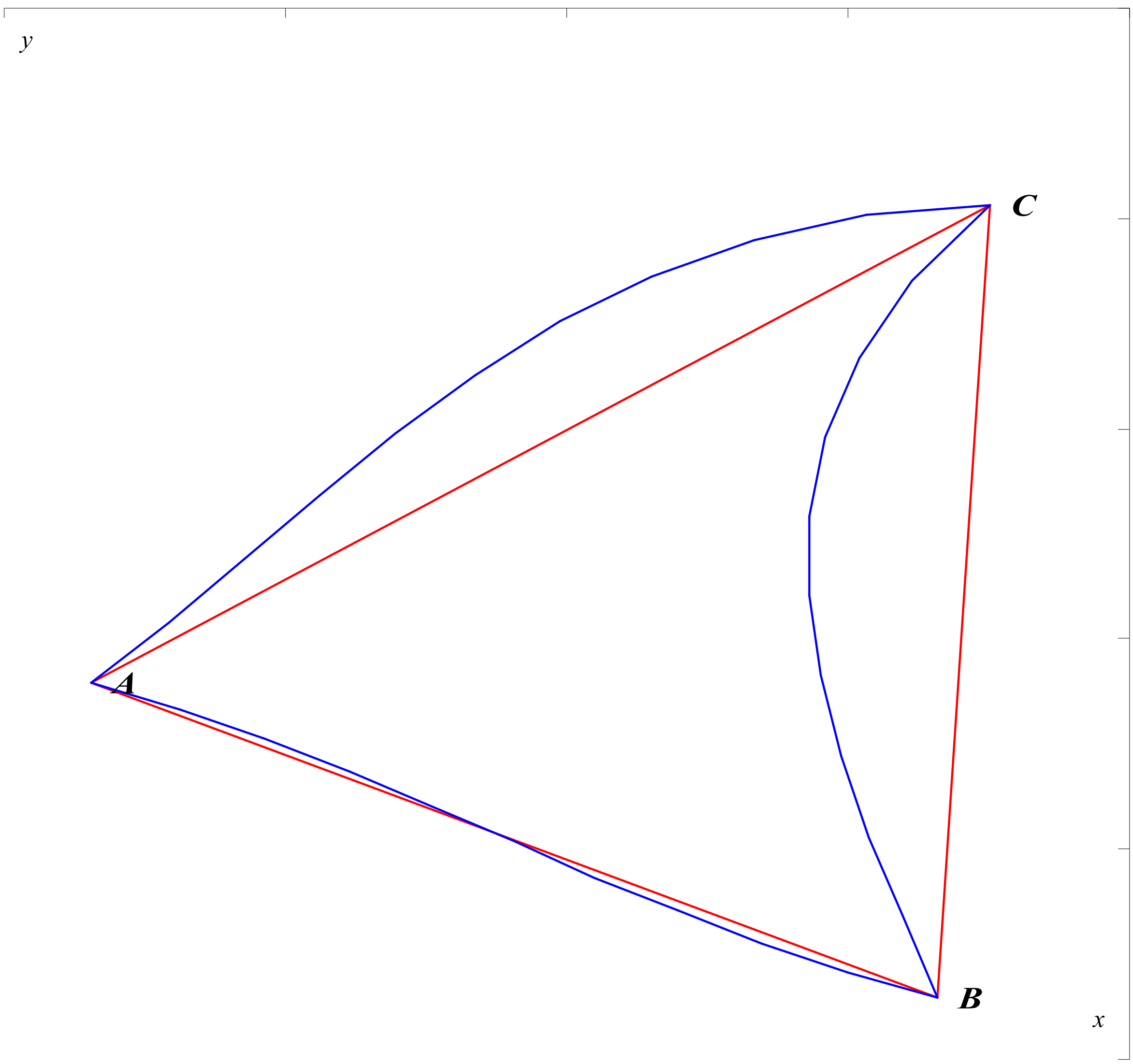
α_{AB} =146° 45' 31.76410"
α_{BA} =326° 57' 07.30923"

α_{BC} =28° 56' 03.27723"
α_{CB} =209° 08' 06.18131"

α_{CA} =260° 43' 31.58164"
α_{AC} =80° 19' 50.18810"

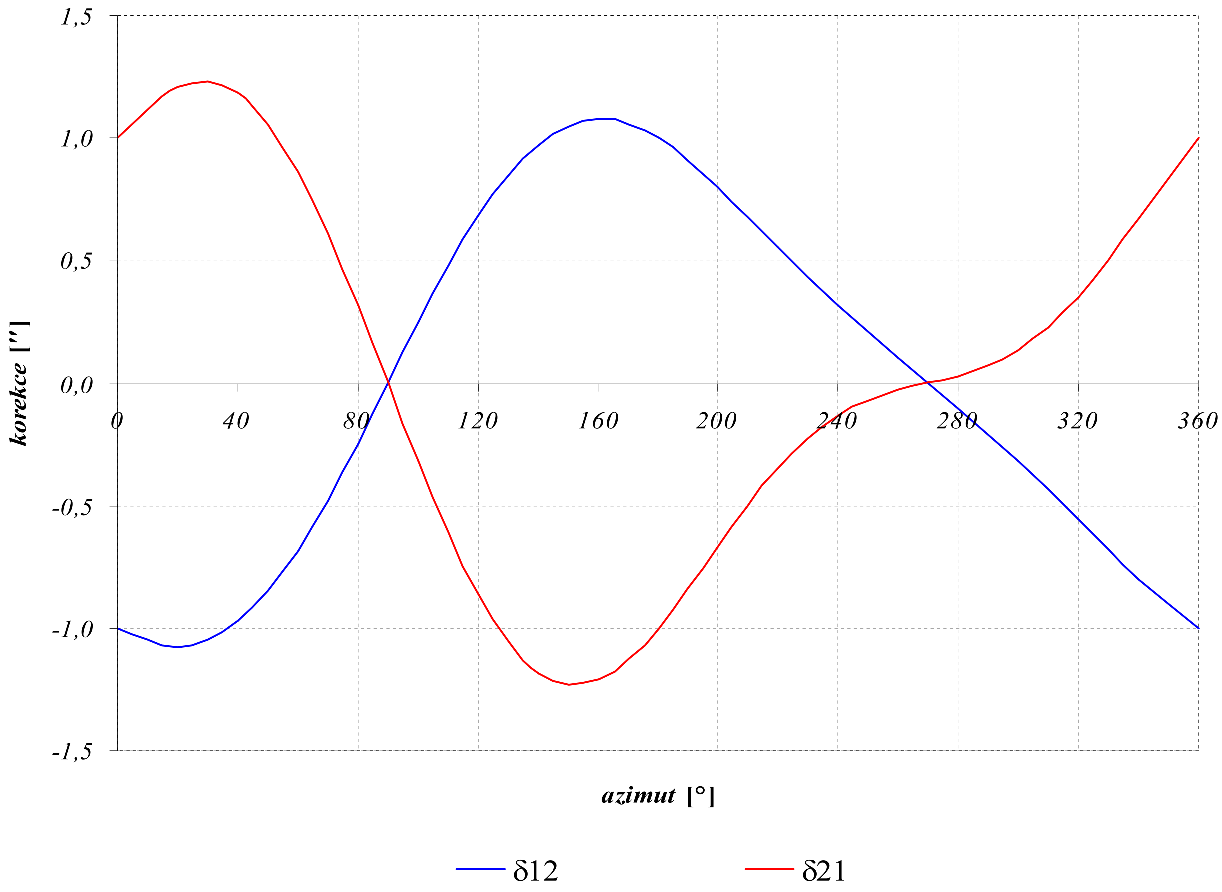
Odlehlost geodetické křivky od stran trojuhelníku ABC

strana AB		strana BC		strana CA	
vzdálenost [*m*]	odlehlost [*m*]	vzdálenost [*m*]	odlehlost [*m*]	vzdálenost [*m*]	odlehlost [*m*]
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3 354,707	0,008	3 924,013	0,019	3 779,507	-0,064
6 709,414	0,011	7 848,025	0,041	7 559,014	-0,108
10 064,121	0,010	11 772,038	0,064	11 338,521	-0,133
13 418,827	0,007	15 696,051	0,084	15 118,028	-0,142
16 773,534	0,002	19 620,063	0,100	18 897,536	-0,138
20 128,241	-0,003	23 544,076	0,108	22 677,043	-0,123
23 482,948	-0,007	27 468,089	0,105	26 456,550	-0,099
26 837,655	-0,009	31 392,101	0,088	30 236,057	-0,069
30 192,362	-0,007	35 316,114	0,054	34 015,564	-0,035
33 547,069	0,000	39 240,127	0,000	37 795,071	0,000



Závislost směrových korekcí na azimutu

A [°]	y_2 [*m*]	δ_{12} [″]	δ_{21} [″]
0	17660,650	–1,000	+1,000
20	25304,600	–1,075	+1,211
40	32026,578	–0,974	+1,182
60	37015,812	–0,683	+0,865
80	39670,528	–0,246	+0,318
100	39670,528	+0,246	–0,318
120	37015,812	+0,683	–0,865
140	32026,578	+0,974	–1,182
160	25304,600	+1,075	–1,211
180	17660,650	+1,000	–1,000
200	10016,700	+0,804	–0,669
220	3294,722	+0,558	–0,351
240	-1694,512	+0,317	–0,135
260	-4349,228	+0,102	–0,029
280	-4349,228	–0,102	+0,029
300	-1694,512	–0,317	+0,135
320	3294,722	–0,558	+0,351
340	10016,700	–0,804	+0,669
360	17660,650	–1,000	+1,000



Závěr:
Veškeré výpočty byly provedeny v programu Matlab.
Bod *C* a směrové korekce procházející tímto bodem byly určeny iterativně s přesností 1/10000".

Exapolis, dne 3.5.2003
Zdeněk Nejedlý

Zdeněk Nejedlý