ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STAVEBNÍ - OBOR GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

KATEDRA VYŠŠÍ GEODÉZIE

název předmětu

VYŠŠÍ GEODÉZIE 11

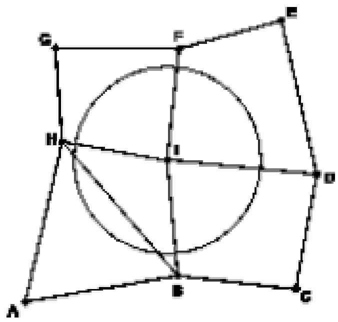
číslo úlohy	název úlohy
1	*Aplikace MNČ, transformace v rovině*

školní rok	semestr	skupina	zpracoval	datum	e-mail
2002/03	6	64	Zdeněk Nejedlý	27.2.2003	rsc@email.cz

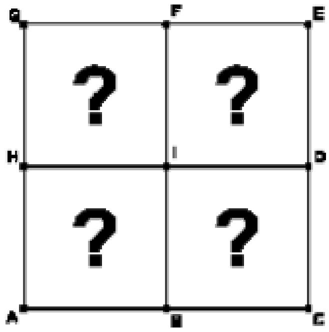
Zadání:

Příklad 1.1

Jsou dány 4 sousedící čtyřúhelníky s vrcholy A, B, C, ..., I. Body jsou dány rovinnými souřadnicemi v soustavě *S1*.



Dále je dána kružnice o poloměru R se středem v bodě I ležící v soustavě *S1* a souřadnice bodů A, B, C, ..., I v soustavě *S2*, kde tvoří pravidelnou čtvercovou síť.



bod	S1		S2	
	x_1 [*m*]	y_1 [*m*]	x_2 [*m*]	y_2 [*m*]
A	0,043 00	-0,044 00	0,000 00	0,000 00
B	1,068 00	-0,082 00	1,000 00	0,000 00
C	1,855 00	-0,054 00	2,000 00	0,000 00
D	1,818 00	1,256 00	2,000 00	1,000 00
E	1,882 00	1,741 00	2,000 00	2,000 00
F	0,726 00	2,178 00	1,000 00	2,000 00
G	-0,052 00	1,715 00	0,000 00	2,000 00
H	-0,200 00	1,189 00	0,000 00	1,000 00
I	0,717 00	1,213 00	1,000 00	1,000 00

poloměr kružnice = 0,742 000 m

Úkolem je:

1) pomocí kolineární transformace zobraz kružnici do systému *S2*. Postupuj přitom tak, že kružnici rozdělíš spojnicemi BI, DI, FI, HI na čtyři segmenty a ty transformuješ vždy pomocí příslušného transformačního klíče spočteného ze 4 bodů čtyřúhelníku HABI, BCDI, DEFI, FGHI ohraničujícího daný segment. Průsečíky kružnice se spojnicemi transformujte dvakrát oběma „sousedícími" transformačními klíči. Nakresli obrázek znázorňující body sítě a kružnici po transformaci (body pospojuj stejně, jako tomu bylo před transformací)

2) pomocí afinní transformace zobraz segment kružnice v obrazci HABI. Postupuj přitom tak, že segment kružnice rozdělíš na dva další úhlopříčkou HB (ta dělí čtyřúhelník na trojúhelníky HAB a BIH) a tyto nově vzniklé části transformuješ pomocí klíče afinní transformace spočteného pro vrcholy příslušných trojúhelníků HAB a BIH. Průsečíky kružnice se spojnicí HB transformuj dvakrát pro každý klíč. Opět nakresli obrázek (pouze pro obrazec HABI).

Příklad 1.2

Pomocí osmi identických bodů se zadanými prostorovými souřadnicemi v systémech *S1* a *S2* spočti transformační klíč helmertovy prostorové transformace a body převeď ze systému *S1* do systému *S2*. Pro výpočet použij metodu nejmenších čtverců. Neopomeň kontrolu pomocí druhého výpočtu oprav, v některých případech je nutné výpočet několikrát opakovat.

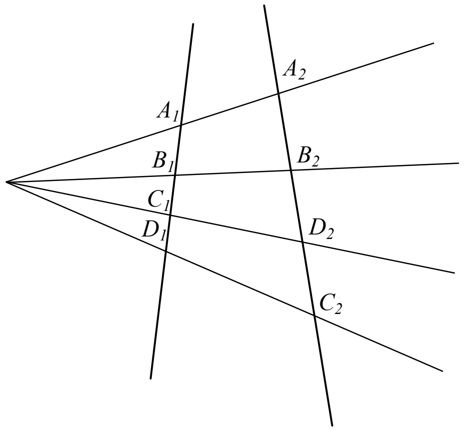
Body v *S2* tvoří krychli o straně 100 *m*.

bod	S1			S2		
	x_1 [*m*]	y_1 [*m*]	z_1 [*m*]	x_2 [*m*]	y_2 [*m*]	z_2 [*m*]
A	-64,4760	-10,2410	-378,8470	0,0000	0,0000	0,0000
B	49,9990	-101,8080	-287,5290	100,0000	0,0000	0,0000
E	-130,4540	53,3040	-232,4050	0,0000	0,0000	100,0000
G	95,2640	93,6810	-148,2560	100,0000	100,0000	100,0000
C	161,2230	30,1330	-294,6710	100,0000	100,0000	0,0000
D	46,7410	121,6860	-385,9860	0,0000	100,0000	0,0000
F	-15,9590	-38,2730	-141,1080	100,0000	0,0000	100,0000
H	-19,2230	185,2400	-239,5600	0,0000	100,0000	100,0000

Teoretické řešení:

a) kolineární transformace

Kolineární (též projektivní) transformace popisuje středové zobrazení (projekci) dvou rovinných souřadnicových systémů. Pro ideální geometrický vztah mezi dvěma rovinami platí Pappova věta: *dvojpoměr čtveřice bodové nebo paprskové zůstává v rovině předmětu i obrazu zachován*.



$$\frac{\dfrac{A_1C_1}{B_1C_1}}{\dfrac{A_1D_1}{B_1D_1}} = \frac{\dfrac{A_2C_2}{B_2C_2}}{\dfrac{A_2D_2}{B_2D_2}} \tag{1.1}$$

Všechny projekční paprsky jsou přímé a prochází společným bodem (střed promítání, projekční centrum), přímky v originále rovnoběžné směřují v obraze do společného bodu (úběžníku). Rovinná kolineární transformace zachovává linearitu (přímočarost), průsečíky přímek a Pappovu větu, nezachovává ale délkové ani úhlové poměry (měřítko není konstantní). Největší uplatnění nachází ve fotogrammetrii, protože fotografie jsou středové průměty nafocených objektů a prakticky tvoří základ jednosnímkové fotogrammetrie. Protože jde o vztah dvou rovin, lze správně transformovat pouze objekty ležící v jedné rovině.

Transformační rovnice mají tvar:

$$X_i = \frac{a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot y_i + a_3}{c_1 \cdot x_i + c_2 \cdot y_i + 1} \qquad Y_i = \frac{b_1 \cdot x_i + b_1 \cdot y_i + b_1}{c_1 \cdot x_i + c_2 \cdot y_i + 1} \tag{1.2}$$

kde: X_i a Y_i jsou souřadnice v cílové soustavě
x_i a y_i jsou souřadnice v původní soustavě
a_{11} až c_{12} jsou transformační koeficienty

Pro určení osmi transformačních koeficientů je třeba alespoň čtyř identických bodů z nichž žádné tři nesmí ležet na jedné přímce. Při více jak čtyřech identických bodech je třeba transformační koeficienty vyrovnat.

Po úpravě rovnic (1.2) je můžeme pro čtyři identické body maticově zapsat jako:

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1X_1 & -y_1X_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1Y_1 & -y_1Y_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2X_2 & -y_2X_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -x_2Y_2 & -y_2Y_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3X_3 & -y_3X_3 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & -x_3Y_3 & -y_3Y_3 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_4X_4 & -y_4X_4 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 & -x_4Y_4 & -y_4Y_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \\ X_4 \\ Y_4 \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

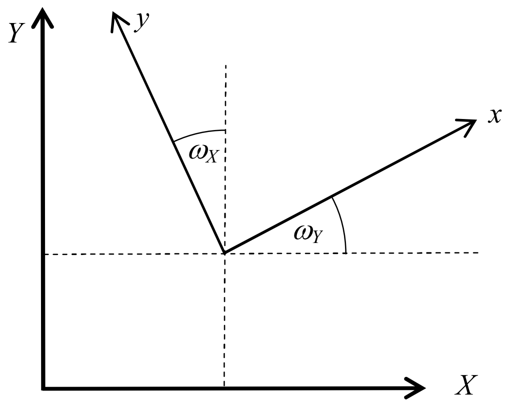
neboli

$$\begin{aligned} A \cdot a &= X \\ a &= A^{-1} \cdot X \end{aligned} \tag{1.4}$$

Po získání transformačních koeficientů z rovnice (1.4) (vektor *a*) můžeme provést transformaci podrobných bodů pomocí rovnice (1.2) nebo maticově (po úpravě matice *A* pro jeden bod) pomocí rovnice (1.3)

b) afinní transformace

Jde o speciální případ transformace kolineární (střed promítání je umístěn do nekonečna, takže body jsou promítány rovnoběžnými paprsky). Dělící poměr je konstantní (transformace dává jednoznačné výsledky i na dělící čáře mezi dvěmi různými transformačními oblastmi), rovnoběžky zachovávají rovnoběžnost a přímka se zobrazí jako přímka. Dochází ke dvěma posunům, jednomu otočením, jedné deformaci úhlu mezi souřadnicovými osami a dvěma měřítkovými faktory, což znamená šest transformačních koeficientů a tři identické body.



Transformační rovnice mají tvar:

$$X_i = r_{11} \cdot x_i + r_{12} \cdot y_i + T_X \qquad Y_i = r_{21} \cdot x_i + r_{22} \cdot y_i + T_Y \tag{2.1}$$

nebo maticově

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

kde: X_i a Y_i jsou souřadnice v cílové soustavě
x_i a y_i jsou souřadnice v původní soustavě
T_X a T_Y je posun počátku cílové soustavy vůči počátku soustavy původní
r_{11} až r_{22} jsou transformační koeficienty, které je možno rozepsat jako

$$r = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_X \cdot \cos\omega_X & -q_Y \cdot \sin\omega_Y \\ q_X \cdot \sin\omega_X & q_Y \cdot \cos\omega_Y \end{pmatrix}$$

kde: q_X a q_Y je změna měřítka os cílové soustavy
ω_X a ω_Y jsou úhly stočení os cílové soustavy vůči soustavě původní

Šest transformačních koeficientů z rovnice (2.2) můžeme pomocí tří identických bodů maticově zapsat jako:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & x_1 & y_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x_1 & y_1 \\ 1 & 0 & x_2 & y_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x_2 & y_2 \\ 1 & 0 & x_3 & y_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x_3 & y_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ r_{11} \\ r_{12} \\ r_{21} \\ r_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

neboli

$$A \cdot a = X$$
$$a = A^{-1} \cdot X \tag{2.4}$$

Po získání transformačních koeficientů z rovnice (2.4) (vektor a) můžeme provést transformaci podrobných bodů pomocí rovnice (2.1) nebo maticově pomocí rovnice (2.2)

c) Helmertova prostorová transformace

Jde o transformaci souřadnic bodů mezi dvěmi pravoúhlými prostorovými souřadnicovými soustavami, které se liší natočením os, polohou počátku a měřítkem.
Transformační rovnice mají tvar:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = q \cdot R \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

kde: X_i, Y_i a Z_i jsou souřadnice v cílové soustavě
x_i, y_i a z_i jsou souřadnice v původní soustavě
T_X, T_Y a T_Z je posun počátku cílové soustavy vůči počátku soustavy původní
q je změna měřítka (délkový modul)
R je matice rotace kterou můžeme napsat jako

$$R = R_X(\alpha) \cdot R_Y(\beta) \cdot R_Z(\gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\beta\cos\gamma & \cos\beta\sin\gamma & -\sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\cos\beta \\ \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

kde: α, β a γ jsou úhly otočení jednotlivých souřadnicových os

Matice R je ortonormální, takže platí vztah $R^T R = E$

V rovnici (3.1) je sedm neznámých parametrů což znamená, že pro jednoznačné řešení potřebujeme alespoň tři identické body z nichž u jednoho nám stačí znát pouze jednu souřadnici. Ve většině případů známe identických bodů více, takže můžeme neznámé parametry (transformační koeficienty) určit s vyrovnáním.

Pro vyrovnání transformačních koeficientů pomocí metody nejmenších čtverců (MNČ) potřebujeme znát jejich přibližné hodnoty. Zřejmě nejjednodušším způsobem jejich určení je pomocí libovolné čtveřice identických bodů. Pro matici $q \cdot R$ zavedeme substituci pomocí koeficientů r_{ij}, takže rovnice (3.1) přejde na tvar

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

což pro jeden bod můžeme přepsat jako

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{ccc:ccc:ccc:ccc} 1 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ r_{11} \\ \vdots \\ r_{33} \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

Vyřešením této soustavy dvanácti rovnic (viz rovnice (2.4)) získáme prvky matice qR a pomocí výsledného tvaru rovnice (3.2) následně i úhly stočení

$$\alpha_0 = arctg\frac{r_{23}}{r_{33}}$$
$$\beta_0 = \arcsin\frac{-r_{13}}{q} \tag{3.5}$$
$$\gamma_0 = arctg\frac{r_{12}}{r_{11}}$$

a délkový modul (poměr délek vektoru v původní a cílové soustavě)

$$q_0 = \frac{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}} \tag{3.6}$$

Pro další řešení vyrovnání transformačních koeficientů pomocí MNČ je třeba sestavit zlienarizované rovnice oprav, k čemuž potřebujeme vypočítat diferenciály prvního řádu rovnice (3.1) podle jednotlivých neznámých T_X, T_Y, T_Z, q, α, β a γ. Diferenciál napíšeme jako

$$\begin{pmatrix} dX_i \\ dY_i \\ dZ_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dT_X \\ dT_Y \\ dT_Z \end{pmatrix} + R_0 \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} dq + q_0 \cdot \begin{pmatrix} D_\alpha & D_\beta & D_\gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d\alpha \\ d\beta \\ d\gamma \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

kde R_0 je matice rotace spočtená z přibližných hodnot parametrů α, β a γ
sloupcové vektory D_i mají tvar

$$D_\alpha = \frac{\partial R_X(\alpha_0)}{\partial \alpha} \cdot R_Y(\beta_0) \cdot R_Z(\gamma_0) \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$$
$$D_\beta = R_X(\alpha_0) \cdot \frac{\partial R_Y(\beta_0)}{\partial \beta} \cdot R_Z(\gamma_0) \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \tag{3.8}$$
$$D_\gamma = R_X(\alpha_0) \cdot R_Y(\beta_0) \cdot \frac{\partial R_Z(\gamma_0)}{\partial \gamma} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$$

Parametry T_X, T_Y a T_Z jdou přímo spočítat, takže nepotřebujeme jejich přibližné hodnoty.

Matice plánu A má poté pro jeden bod tvar

$$A = \left(\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \;\middle|\; R_0 \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \;\middle|\; q_0 \cdot D_\alpha \;\middle|\; q_0 \cdot D_\beta \;\middle|\; q_0 \cdot D_\gamma \right) \tag{3.9}$$

a vektor redukovaných měření l pro jeden bod

$$l = q_0 \cdot R_0 \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

Po sestavení matice A můžeme spočítat koeficienty normálních rovnic

$$N = \left(A^T A\right)^{-1} \tag{3.11}$$

vektor přírůstků transformačních koeficientů (T_X, T_Y, T_Z, q, α, β a γ)

$$dx = -N \cdot A^T \cdot l \tag{3.12}$$

a opravy souřadnic identických bodů

$$v_I = A \cdot dx + l \tag{3.13}$$

Poté co získáme vyrovnané transformační koeficienty (přičtením jejich přírůstků (viz rovnice (3.12)) k přibližným hodnotám můžeme pomocí rovnice (3.1) provést transformaci bodů.

Pro identické body poté vypočteme druhý výpočet oprav v_{II} jako rozdíl původních souřadnic v *S2* (cílová soustava) a souřadnic přetransformovaných.
Pokud je rozdíl prvního a druhého výpočtu oprav vyšší než je požadovaná přesnost, došlo pravděpodobně k chybě z linearizace a je třeba vyrovnané hodnoty transformačních koeficientů (q, α, β a γ) dosadit zpětně do matice A (rovnice 3.9) a znovu provést jejich vyrovnání. Tento krok je poté třeba opakovat, dokud rozdíl prvního a druhého výpočtu oprav neklesne pod požadovanou mez.

Protože v případě Helmertova prostorové transformace dochází k vyrovnání, můžeme provést kvalitativní zhodnocení dosažených výsledků a určit odhady jejich středních chyb.

Střední souřadnicové chyby identických bodů:

- *střední chyby ve směru jednotlivých os m_X, m_Y a m_Z*

$$m_X = \sqrt{\frac{[v_X v_X]}{n}} \qquad m_Y = \sqrt{\frac{[v_Y v_Y]}{n}} \qquad m_Z = \sqrt{\frac{[v_Z v_Z]}{n}}$$

kde n je počet identických bodů
v_i jsou opravy souřadnic ve směru příslušné osy

- *celková střední souřadnicová chyba m_{XYZ}*

$$m_{XYZ} = \sqrt{\frac{[v_i v_i]}{n}}$$

- *míra ztotožnění m_V*

$$m_V = \sqrt{m_X^{\,2} + m_Y^{\,2} + m_Z^{\,2}}$$

Aposteriorní střední chyba jednotková

$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_i v_i]}{3n-7}}$$

Střední chyby transformačních koeficientů

$$m_i = m_0^{\,2} \cdot \sqrt{N_{ii}}$$

Střední chyby vyrovnaných identických bodů

$$m_i = m_0^{\,2} \cdot \sqrt{Q_{\bar{l}\,ii}}$$

kde $Q_{\bar{l}} = A \cdot N \cdot A^T$

Přehled výsledků:

a) kolineární transformace

obrazec HABI

transformační koeficienty

$a_1 =$ 1,039 266 762
$a_2 =$ 0,204 818 997
$a_3 =$ -0,035 676 435
$b_1 =$ 0,027 701 720
$b_2 =$ 0,747 217 436
$b_3 =$ 0,031 686 393
$c_1 =$ 0,048 922 842
$c_2 =$ -0,063 606 266

průsečík s úhlopříčkou IH

x = 0,198 38 m
y = 1,000 00 m

průsečík s úhlopříčkou IB

x = 1,000 00 m
y = 0,422 69 m

obrazec BCDI

transformační koeficienty

$a_1 =$ 1,211 859 312
$a_2 =$ 0,626 567 566
$a_3 =$ -0,275 655 137
$b_1 =$ -0,036 824 045
$b_2 =$ 1,035 018 693
$b_3 =$ 0,124 199 613
$c_1 =$ -0,007 959 221
$c_2 =$ 0,295 944 937

průsečík s úhlopříčkou IB

x = 1,000 00 m
y = 0,530 70 m

průsečík s úhlopříčkou ID

x = 1,674 06 m
y = 1,000 00 m

obrazec DEFI

transformační koeficienty

$a_1 =$ 0,036 304 298
$a_2 =$ 0,095 245 273
$a_3 =$ 0,712 171 885
$b_1 =$ -0,409 864 345
$b_2 =$ 1,079 689 343
$b_3 =$ -0,162 055 855
$c_1 =$ -0,371 565 049
$c_2 =$ 0,099 049 236

průsečík s úhlopříčkou ID

x = 1,520 21 m
y = 1,000 00 m

průsečík s úhlopříčkou IF

x = 1,000 00 m
y = 1,786 61 m

obrazec FGHI

transformační koeficienty

$a_1 =$ 1,170 567 398
$a_2 =$ -0,329 361 169
$a_3 =$ 0,625 723 909
$b_1 =$ 0,619 627 411
$b_2 =$ 0,461 484 089
$b_3 =$ 0,061 452 582
$c_1 =$ 0,640 196 191
$c_2 =$ -0,324 414 702

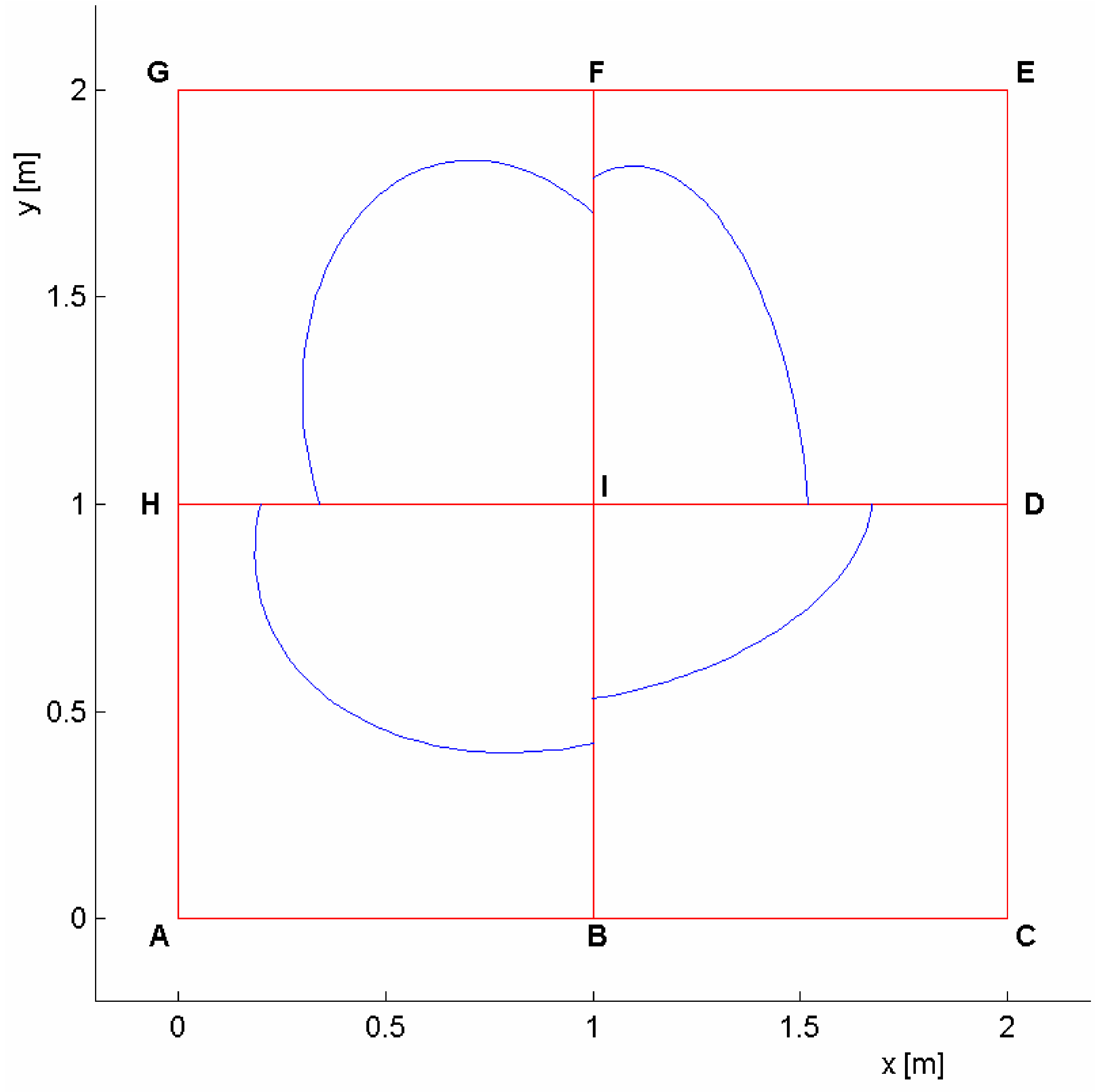
průsečík s úhlopříčkou IF

x = 1,000 00 m
y = 1,703 02 m

průsečík s úhlopříčkou IH

x = 0,341 13 m
y = 1,000 00 m

Kolineární transformace – přetransformovaná kružnice



b) afinní transformace

obrazec HAB

transformační koeficienty

$T_X =$ -0,033 737 688
$T_Y =$ 0,034 645 554
$r_{11} =$ 0,982 790 407
$r_{12} =$ 0,193 688 620
$r_{21} =$ 0,030 288 756
$r_{22} =$ 0,816 999 325

průsečík oblouku a úhlopříčky u bodu B

x = 0,533 33 m
y = 0,466 67 m

průsečík oblouku a úhlopříčky u bodu H

x = 0,169 22 m
y = 0,830 78 m

obrazec BIH

transformační koeficienty

$T_X =$ -0,132 397 221
$T_Y =$ 0,084 306 976
$r_{11} =$ 1,082 831 148
$r_{12} =$ 0,293 493 230
$r_{21} =$ -0,020 067 913
$r_{22} =$ 0,766 761 515

průsečík oblouku se stranou IB

x = 1,000 00 m
y = 0,446 98 m

průsečík oblouku a úhlopříčky u bodu B

x = 0,533 33 m
y = 0,466 67 m

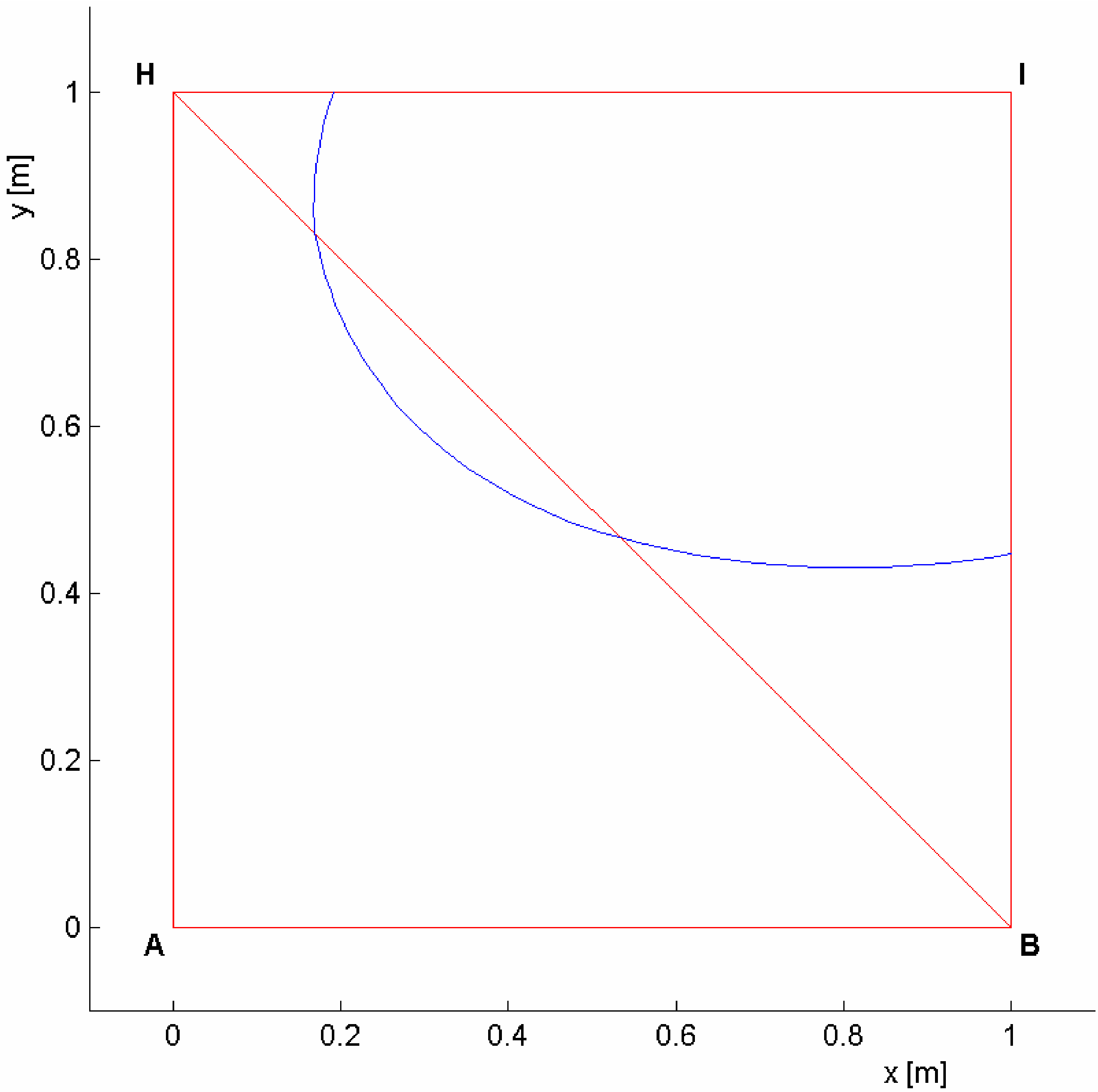
průsečík oblouku a úhlopříčky u bodu H

x = 0,169 22 m
y = 0,830 78 m

průsečík oblouku se stranou IH

x = 0,191 12 m
y = 1,000 00 m

Afinní transformace – přetransformovaný oblouk v obrazci HABI



c) Helmertova prostorová transformace

Výsledné přetransformované souřadnice a jejich střední chyby

bod	X [*m*]	m_X [*mm*]	Y [*m*]	m_Y [*mm*]	Z [*m*]	m_Z [*mm*]
A	0,000	1,9	0,003	1,9	-0,005	1,9
B	99,998	1,9	-0,002	1,9	0,000	1,9
E	-0,001	1,9	-0,001	1,9	100,007	1,9
G	99,996	1,9	100,005	1,9	99,999	1,9
C	99,999	1,9	100,000	1,9	0,004	1,9
D	0,004	1,9	99,996	1,9	-0,001	1,9
F	100,002	1,9	-0,002	1,9	99,995	1,9
H	0,001	1,9	100,002	1,9	100,002	1,9

Aposteriorní střední chyba jednotková

$m_0 = 3{,}5$ mm

Aposteriorní střední souřadnicové chyby identických bodů

$m_X = 2{,}4$ mm
$m_Y = 3{,}7$ mm
$m_Z = 2{,}6$ mm
$m_{XYZ} = 3{,}0$ mm

$m_V = 5{,}2$ mm

Vyrovnané transformační koeficienty a jejich střední chyby

$T_X = 137{,}5737$ m $m_{Tx} = 2{,}9$ mm
$T_Y = 19{,}4952$ m $m_{Ty} = 3{,}0$ mm
$T_Z = 173{,}8856$ m $m_{Tz} = 2{,}7$ mm
$q = 0{,}579\,000\,4$ $m_q = 0{,}000\,008\,4$
$\alpha = 396{,}8946$ g $m_\alpha = 13$ cc
$\beta = 364{,}5363$ g $m_\beta = 11$ cc
$\gamma = 357{,}0527$ g $m_\gamma = 13$ cc

Závěr:
Všechny výpočty byly provedeny v programu Matlab.
ad a) Kolineární transformací několika obrazců s různými identickými body získávají společné body obrazců na hraniční čáře jiné souřadnice.
ad b) V případě afinní transformace je spojitost původního obrazce zachována i po transformaci.
ad c) U Helmertovy prostorové transformace se první a druhý výpočet oprav lišil až na čtrnáctém desetinném místě (v metrech) čehož bylo dosaženo opětovným vyrovnáním transformačních koeficientů pomocí programovacího cyklu *while* (konečné hodnoty bylo dosaženo po čtyřech iteracích).

Všechny kontroly proběhly v pořádku a dosažené výsledky tudíž považuji za správné.

Exapolis, dne 12.3.2003
Zdeněk Nejedlý

Zdeněk Nejedlý